

# TRINAESTA GLAVA

## 13. NEJEDNAČINE

### 13.1 LINEARNE NEJEDNAČINE S JEDNOM NEPOZNATOM

△ 1821. Rešiti nejednačine :

a)  $2x - 4 < 0$ ; b)  $-3x + 9 > 0$ ; c)  $\frac{x}{2} - 1 > \frac{2x}{3} + 5$ ;

d)  $0 < \frac{x}{4} - 1 + \frac{7x}{2} - \frac{2x+3}{3}$ ; e)  $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x-2}{5} > 2$ ;

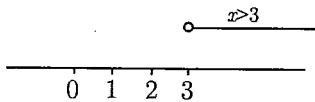
f)  $\frac{5x-1}{4} - \frac{3x-13}{10} > \frac{5x+1}{3}$ ; g)  $\frac{3x+1}{5} - \frac{x+1}{2} < 1 - \frac{x}{7}$ ;

h)  $1 \leq \frac{2x+1}{5} - \frac{2-x}{3}$ ; i)  $\frac{3x-1}{4} - \frac{3(x-2)}{8} - 1 \geq \frac{5-3x}{2}$ ;

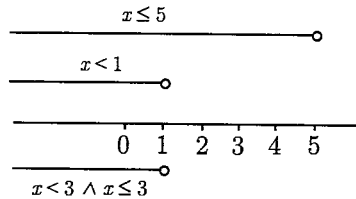
j)  $\frac{3-2x}{5} + 8 \geq \frac{5x+2}{2} - x$ ; k)  $1+x - \frac{x-3}{4} \geq \frac{x+1}{4} - \frac{x-2}{3}$ ;

l)  $\frac{1}{2}(3x-1) + \frac{x}{5} \leq 7x+10, 1$ .

△ 1822. Na sl. 57 je dat grafički prikaz rešenja nejednačine  $x > 3$ .



Sl. 57



$x < 3 \wedge x \leq 3$

Sl. 58

Rešiti sledeće nejednačine i njihove skupove rešenja prikazati grafički, kao što je prikazano na slici:

a)  $x - 5 > 3x - 1$ ; b)  $2x + 1 \geq -5x + 8$ ;

$$c) \frac{x+1}{3} - \frac{2x+2}{6} - 2 > \frac{5x-1}{3} - 5; \quad d) \frac{x}{6} + \frac{2x-1}{3} \leq \frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} + 3.$$

△ 1823. Dokazati da sledeće nejednačine nemaju rešenja:

$$a) 3x > 5 + 3x; \quad b) \frac{1}{3}x - \frac{x-2}{2} > \frac{x+2}{2} - \frac{2x-6}{3}.$$

△ 1824. Dokazati da je svaki realan broj  $x$  rešenje sledeće nejednačine:

$$a) x < x + 1; \quad b) \frac{x+4}{2} - \frac{x+6}{3} < 1 + \frac{2x+9}{3} - \frac{x+6}{2};$$

$$c) (x-2)(x+3) + (x+4)^2 \geq 2x(x+4) + x.$$

△ 1825. Primer grafičke interpretacije rešenja konjunkcije, odnosno sistema nejednačina, dat je na sl. 58, za slučaj  $x < 1 \wedge x \leq 5$ . Zajedničko rešenje prikazano je ispod brojne ose.

Rešiti i grafički prikazati rešenja sledećih sistema nejednačina:

$$a) 5x - 1 < 2x + 8 \wedge -2x + 1 < 2 - x; \quad b) (x+1)^2 - (x-1)^2 \leq 6 \wedge x \geq -1;$$

$$c) \frac{-2x+4}{3} < x - 3 \wedge \frac{x+11}{2} < x; \quad d) x + 1 \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{3} \wedge 4x - 2 > 5 - 5x;$$

$$e) 3x - 6 < 0 \wedge -x + 1 > 2 \wedge 2x - 1 > -5.$$

△ 1826. Uverite se da je skup rešenja sistema nejednačina prazan u slučajevima:

$$a) x < 1 \wedge x > 2; \quad b) \frac{5(x+2)}{3} < \frac{5}{3} \wedge \frac{3(x+3)}{5} > 3;$$

$$c) \frac{3x+5}{15} + \frac{2x}{5} < -\frac{6x+10}{15} \wedge \frac{8x-9}{24} + \frac{2x}{3} > \frac{5}{8}.$$

△ 1827. Rešiti sisteme nejednačina:

$$a) \frac{7-x}{2} - 3 < \frac{3+4x}{5} - 4 \quad b) 0,4x + \frac{7}{3} < \frac{2}{3}x - 1,2;$$

$$\frac{5}{3}x + 5(4-x) > 2(4-x) \quad 5x + 17 > 9x - 63$$

$$c) 3x - 2 > 6x + 7 \quad d) \frac{5x}{4} - \frac{6x-1}{4} < \frac{4x+1}{12} - \frac{1}{6}$$

$$5x + 3 < 6x - 10 \quad \frac{2x+1}{5} - \frac{2-x}{3} > 1$$

$$e) \frac{3}{4}x + \frac{7}{3} - \frac{x}{2} > \frac{8}{5} - \frac{x}{3} + \frac{613}{120} \quad f) 2x - 3 < 3x - 4$$

$$\frac{3x-1}{5} - \frac{x+1}{2} < 1 - \frac{x}{7} \quad x + 8 > 3x + 2$$

$$3x - 2 > x + 2$$

$$5x - 1 < 4x + 6$$

△ 1828. U skupu celih brojeva rešiti sistem nejednačina:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x}{6} < 2 - \frac{x+5}{2} \wedge 1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} < 3x - \frac{x+1}{4}.$$

1829. Rešiti nejednačine:

a)  $|x - 1| > 2$ ; b)  $|x - 5| < 1$ ; c)  $|x - 3| \leq 4$ ; d)  $|2x - 3| < x$ ;

e)  $|x + 2| > |x|$ ; f)  $x - |x| > 1$ ; g)  $|x + 3| - |x + 1| < 2$ ; h)  $||x| - 2| \leq 1$ .

$\Delta$  1830. Nejednačinu  $(x+1)(5-x) < 0$  možemo rešiti grafički koristeći se znakom izraza  $(x-2)$ ,  $(5-x)$  i njihovog proizvoda. Kako se to može učiniti vidimo na slici 59.

$(x+2)$	- -	+ + + +	+ +
$(5-x)$	+ +	+ + + + +	- - -
$(x+2)(5-x)$	-	+	-

Rešenje je  $x < -2$  ili  $x > 5$

Sl. 59

Slično rešiti sledeće nejednačine:

a)  $(x - 2)(x + 3) > 0$ ; b)  $(5 - x)(x - 7) > 0$ ; c)  $(x + 3)(x + 8) < 0$ ;

d)  $(2x - 1)(3x + 5) < 0$ ; e)  $x^2 - 4 < 0$ ; f)  $4x^2 - 25 > 0$ ;

g)  $1 - x^2 < 0$ ; h)  $\frac{x^2}{4} - \frac{1}{9} > 0$ ; i)  $(x - 1)(x - 2)^2 > 0$ .

1831. Rešiti nejednačine:

a)  $x^2 + 2x + 1 > 0$ ; b)  $4x^2 + 4x + 1 < 0$ ; c)  $x^2 + x < 6$ ;

d)  $x^2 - 2x + 5 < 0$ ; e)  $x^2 - x + 1 > 0$ ; f)  $2x^2 - 3x + 7 < 0$ ;

g)  $3x^2 - 2x + 5 > 0$ ; h)  $x^2 + 2x > 6x - 15$ ; i)  $x^3 - 5x^2 + 10x - 12 < 0$ .

$\Delta$  1832. Koristeći se činjenicom da je znak količnika  $\frac{A}{B}$ ,  $B \neq 0$ , jednak znaku proizvoda  $A \cdot B$ , rešiti sledeće nejednačine:

a)  $\frac{x - 2}{x + 1} > 0$ ; b)  $\frac{2x - 3}{3x - 2} < 0$ ; c)  $\frac{4x + 1}{5x - 3} > 0$ ; d)  $\frac{x + 1}{x} < 0$ ;

e)  $\frac{x}{x - 2} > 0$ ; f)  $\frac{x - 1}{x + 1} > 1$ ; g)  $\frac{2 - x}{x + 2} < 2$ ; h)  $\frac{x + 1}{2x - 3} < \frac{2}{3}$ ;

i)  $\frac{1 - x}{2x + 3} > 1$ ; j)  $\frac{7}{7x - 5} - \frac{3}{3x - 2} < 0$ ; k)  $\frac{1}{1 + 6x} < \frac{2}{4x - 5}$ ;

l)  $\frac{1}{2x - 1} < \frac{2}{3x + 1}$ ; m)  $\frac{x + 1}{x + 2} > \frac{x}{x + 1}$ ; n)  $\frac{1}{1 - x} > 1$ ;

o)  $\frac{1}{2 - x} + \frac{5}{2 + x} < 1$ ; p)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1} < 1$ ; q)  $\frac{x - 1}{x} - \frac{x + 1}{x - 1} < 2$ ;

r)  $\frac{x}{x - 1} - \frac{2}{x + 1} - \frac{8}{x^2 - 1} < 0$ ; s)  $\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3} > 0$ ; t)  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0$ .

1833. Rešiti sisteme nejednačina:

$$\text{a) } 1 < \frac{3x+10}{x+7} < 2; \quad \text{b) } 1 < \frac{3x-1}{2x+1} < 2; \quad \text{c) } -1 \leq \frac{2x}{x^2+1} \leq 1.$$

1834. U skupu prirodnih brojeva rešiti nejednačinu:

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}.$$

1835. Rešiti nejednačine:

$$\text{a) } x^2 - |x| < 0 \quad \text{b) } x^2 - 3|x| + 2 > 0; \quad \text{c) } x|x| - 4x < 0;$$

$$\text{d) } |x^2 - x - 4| < 2; \quad \text{e) } |x| > \frac{1}{x}; \quad \text{f) } |x| < \frac{2}{x-1};$$

$$\text{g) } |x+1| > 2|x+2|; \quad \text{h) } x-1 < |x^2 - 5x + 4|; \quad \text{i) } |x^2 - 2x - 3| < 3x - 3;$$

$$\text{j) } \left| \frac{x+2}{x+1} \right| > 1; \quad \text{k) } \left| \frac{4x}{4x^2+1} \right| < 1; \quad \text{l) } \left| \frac{-6x}{x^2+9} \right| > 1.$$

1836. Rešiti sledeće nejednačine, u zavisnosti od vrednosti realnog parametra  $a$ :

$$\text{a) } ax + 5 > 0; \quad \text{b) } a(x-1) > x-2; \quad \text{c) } \frac{x+1}{8a} < \frac{x}{2a} + \frac{1-x}{6};$$

$$\text{d) } a^2x + 1 > a^4 - x; \quad \text{e) } (x-a)(x+a) < (x+1)(x-1) + x(a+1);$$

$$\text{f) } (x+a)^2 < (x-1)^2 + a^2 + 1; \quad \text{g) } \frac{x}{a} + \frac{1-3x}{2} < \frac{x+2}{4a};$$

$$\text{h) } \frac{ax}{a-2} - \frac{x-1}{3} < \frac{2x+3}{4}, \quad a \neq 2.$$

\* 1837. Cena olovke je ceo broj para. Ukupna cena 9 olovaka je veća od 11, a manja od 12 dinara, dok je ukupna cena 13 olovaka veća od 15, a manja od 16 dinara. Kolika je cena jedne olovke?

△ 1838. Za koje vrednosti parametra  $b$  jednačina  $\frac{2b+5}{3} = \frac{5bx+1}{4}$  ima negativno rešenje?

△ 1839. Odrediti  $m$  tako da rešenje jednačine  $\frac{3}{x} = \frac{2m-1}{x+m}$  bude veće od 1.

△ 1840. Za koje su vrednosti  $m$  pozitivna rešenja sistema jednačina:

$$2x - 7y = m$$

$$3x + 5y = 13?$$

△ 1841. Za koje su vrednosti parametra  $a$  negativna rešenja sistema jednačina

$$3x - 6y = 1$$

$$5x - ay = 2?$$

\* 1842. Za koje celobrojne vrednosti parametra  $m$  sistem jednačina

$$\begin{array}{lll} a) \quad mx - 2y = 3 & b) \quad mx - y = 5 & c) \quad ax - 4y = a + 1 \\ \quad \quad 3x + my = 4 & \quad \quad 2x + 3my = 7 & \quad \quad 2x - 2ay = -1 \end{array}$$

ima rešenje  $(x, y)$  za koje važi  $x > 0, y < 0$ ?

1843. Za koje vrednosti  $p$  sistem jednačina

$$\begin{array}{l} px + 3y = -p \\ 3x + py = 8 \end{array}$$

ima nenegativna rešenja?

1844. Odrediti realne vrednosti parametra  $k$ , tako da rešenja sistema jednačina:

$$\begin{array}{l} x - y = 3k \\ 5x + y = 9 \end{array}$$

zadovoljavaju uslov:  $x > -\frac{1}{k}, y > 0$ .

1845. Za koje vrednosti  $m$  sistem jednačina

$$\begin{array}{l} (m + 1)x - my = 4 \\ 3x - 5y = m \end{array}$$

ima rešenje  $(x, y)$ , takvo da je  $x - y < 2$ ?

### 13.2 LINEARNE NEJEDNAČINE S DVE NEPOZNATE

△ 1846. Prikazati u ravni  $xOy$  skup tačaka  $(x, y)$ , takvih da je:

- a)  $x < -1$ ; b)  $y < 0$ ; c)  $y > 3$ ; d)  $x^2 > 1$ ;  
 e)  $y^2 < 4$ ; f)  $|x| > 1$ ; g)  $|x| < 2$ ; h)  $|y| > -1$ ;  
 i)  $|y| < 2$ ; j)  $|y| < -3$ ; k)  $|x| > 2 \wedge |x| < 3$ ; l)  $|x| < 1 \wedge |y| < 2$ .

△ 1847. Rešiti nejednačine (rešenja prikazati u ravni  $xOy$ ):

- a)  $x + y + 2 > 0$ ; b)  $2y - 4x - 5 > 0$ ; c)  $2x - y + 3 < 0$ ;  
 d)  $|x| + |y| < 1$ ; e)  $|x + y| < 1$ ; f)  $y^2 - x^2 < 0$ ; g)  $x^2 - y^2 + 2y - 1 < 0$ .

1848. Rešiti sisteme nejednačina:

- a)  $y - x - 1 < 0$     b)  $2x + y - 2 > 0$     c)  $2x + y - 4 > 0$   
 $3x + y - 6 > 0$      $x - 2y + 2 < 0$      $3x - y - 1 > 0$

△ 1849. Rešiti sisteme nejednačina:

- a)  $x > 0$     b)  $x > 0$     c)  $x > 0$   
 $y > 0$      $y > 0$      $y > 0$   
 $x + y < 1$      $x - y + 1 > 0$      $x^2 < 1$   
 $x - y - 1 < 0$      $y^2 < 4$   
 $x + y - 4 < 0$